



## OBJETIVO:

Identificar, planear y solucionar problemas reales que estudien el cambio de una magnitud con respecto a otra magnitud. Un objetivo adicional es la identificación del Cálculo como la rama de la Matemática que estudia "el cambio" introduciendo sus conceptos y procedimientos en variadas situaciones que comparten una problemática común.

# HABILIDADES

- Aprender por cuenta propia a identificar y resolver problemas, desarrollar la capacidad de análisis y pensamiento crítico así como trabajar en equipo de manera colaborativa.

## TEMARIO DEL CURSO

### Unidad de Competencia 1

La Problemática cuando la razón de cambio es constante.

### Temas

- 1.1 La ecuación lineal en dos variables.
- 1.2 La recta, pendiente y ordenada al origen.
- 1.3 Diferentes representaciones del modelo lineal: algebraica, geométrica y numérica
- 1.4 Problemas prácticos en diferentes contextos.

### Unidad de Competencia 2

La Problemática cuando la razón de cambio de una magnitud no es constante.

### Temas

- 2.1. La ecuación cuadrática en dos variables
- 2.2. Crecimiento y Decrecimiento
- 2.3. Tipos de Concavidad
- 2.4. Máximos y Mínimos
- 2.5. Puntos de Inflexión
- 2.6. Problemas prácticos en diferentes contextos.

<b>Unidad de Competencia 3</b>	<b>Temas</b>
Conceptualización de las ideas fundamentales de la Derivada y la Integral	3.1 La Derivada y Antiderivada 3.1.1 La Derivada: Razón Instantánea de Cambio 3.1.2 La Antiderivada: Representación simbólica de una magnitud. 3.2 El Diferencial y la Integral 3.2.1 La Derivada: Cociente de diferencias 3.2.2 La Integral: El cambio acumulado 3.2.3 El Teorema Fundamental del Cálculo 3.3 Funciones Polinomiales: sus derivadas e integrales. 3.3.1 Reglas para derivar 3.3.2 Reglas para antiderivar

<b>Unidad de Competencia 4</b>	<b>Temas</b>
Identificación de los modelos conocidos.	4.1 Funciones Exponenciales 4.2 Funciones Logarítmicas 4.3 Funciones Trigonométricas 4.4 Funciones Trigonométricas Inversas
<b>Unidad de Competencia 5</b>	<b>Temas</b>
La algoritmia en el cálculo de las Derivadas y Antiderivadas	5.1 Reglas de derivación del Producto y Cociente de funciones.  5.2 Formulario de Derivadas e Integrales de funciones conocidas

### **Unidad de Competencia 6**

Los nuevos problemas y su solución.

### **Temas**

- 6.1 Reglas para derivar funciones
- 6.2 Intervalos donde la función es creciente o decreciente
- 6.3 Puntos críticos
- 6.4 Máximos y mínimos locales de una función
- 6.5 Concavidades
- 6.6 Puntos de Inflexión
- 6.7 Grafica de una función

# **HORAS DE IMPARTICIÓN**

- El número total de horas al semestre es de 75 repartidas en 5 horas por semana durante 15 semanas.

## METODO DE IMPARTICION

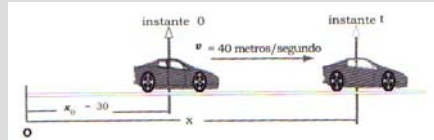
El taller consiste en la capacitación de maestros para la enseñanza de las matemáticas centrándose específicamente en el área del cálculo, mediante el estudio del cambio de magnitudes que cambian respecto a otras. Se induce al estudiante a construir su conocimiento mediante el análisis de cantidades físicas que varían bajo la premisa: dadas las condiciones iniciales del problema, determinar un modelo matemático (función) que permita predecir su estado futuro, esto es, pasar del problema a la función general. Esto se logra tomando como modelo el movimiento de los cuerpos bajo la mecánica del movimiento rectilíneo de Newton cuando la razón de cambio es constante, pasando después a los casos en que ésta es no constante.

## METODOLOGÍA:

- Se inicia con la presentación del problema cuyo análisis se estudia mediante la observación de las cantidades que intervienen en él.

**PROBLEMA:**

Un automóvil transita por una carretera recta con una velocidad constante de 40 metros/segundo. Supongamos que en el momento en que se empieza a medir el tiempo, o sea, en el instante  $t=0$ , el automóvil se encuentra 30 metros a la derecha de un punto de referencia  $O$  sobre la carretera



**GRÁFICA**

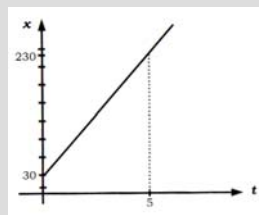


TABLA NUMÉRICA		
t (segundos)	x (metros)	cálculos
0	30	$30 + 40(0)$
1	70	$30 + 40(1)$
2	110	$30 + 40(2)$
3	150	$30 + 40(3)$
4	190	$30 + 40(4)$
5	230	$30 + 40(5)$

Fórmula:  $x = x(t) = 30 + 40(t)$

Generalización:  $x = x_0 + vt$

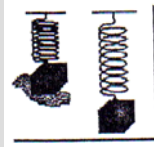
**OTROS PROBLEMAS EN LOS QUE SE DEDUCE LA FÓRMULA:**

Cambios de temperatura



Generalización:  $T = T_0 + kt$

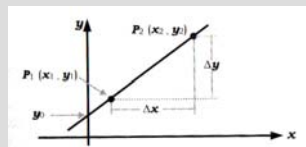
Alargamiento de un resorte



Generalización:  $L = L_0 + kw$

**Descontextualización:**

Después de un análisis general de las fórmulas y gráficas diseñadas, se llega a la ecuación general de la línea recta en la que se introduce el concepto de “razón de cambio” mediante la pendiente de la recta.



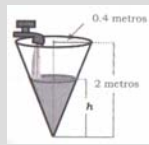
Ecuación recta – pendiente:  $y = y_0 + mx$

Pendiente o razón de cambio:

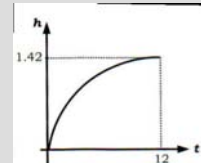
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

**PARA CUANDO LA RAZÓN DE CAMBIO NO ES CONSTANTE:**

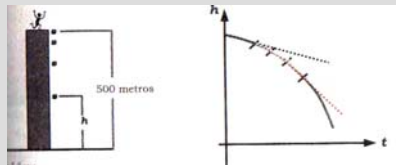
**Llenado con agua de un tanque con forma de cono**



t (en minutos)	h (en metros)	Incrementos (en metros)
0	0	
1	0.62	0.62
2	0.78	0.16
3	0.89	0.11
4	0.98	0.09
5	1.06	0.08
6	1.13	0.07
7	1.19	0.06
8	1.24	0.05
9	1.29	0.05
10	1.34	0.05
11	1.38	0.04
12	1.42	0.04

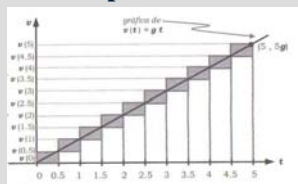


**Caída libre de un cuerpo**



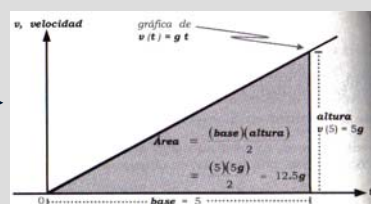
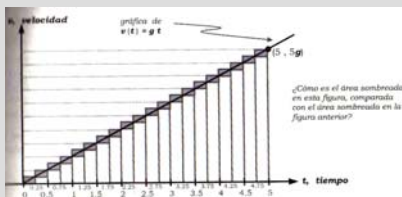
t (en segundos)	h (en metros)	Δh (en metros)
0	500	
1	495.1	-4.9
2	480.4	-14.7
3	455.9	-24.5
4	421.6	-34.3
5	377.5	-44.1
6	323.6	-53.9
7	259.9	-63.7
8	186.4	-73.5
9	103.1	-83.3
10	10	-93.1

Para el caso concreto en que la velocidad no es constante se calcula la distancia “s” recorrida durante un intervalo de tiempo determinado de manera geométrica para que el alumno vaya adquiriendo la noción de aproximaciones al valor exacto, cosa que lo va preparando a los conceptos de límites de una función en capítulos subsiguientes.

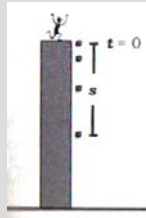


Distancia recorrida en cada intervalo:  $s = vt = \text{área de cada rectángulo}$ . La distancia total recorrida es la suma de todos los rectángulos aproximadamente, ya que hay un margen de error por debajo o por arriba de la gráfica de  $v(t)$ .

Escogiendo intervalos cada vez menores, el margen de error se va reduciendo haciendo que la suma de las áreas de los rectángulos se aproxime a el área total del triángulo de la figura la cual representa a la distancia total recorrida:  $s = \frac{1}{2}gt^2$ .



Con el apoyo de tablas de Excel, se explica el método de aproximación numérica de Euler y, utilizando el modelo de un cuerpo en caída libre se introduce al alumno a la noción del límite.



$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}$$

Con algunas consideraciones adicionales se generaliza la fórmula, llegando a la definición formal de la función derivada de  $f(x)$

**Definición:**

La función derivada de  $f(x)$  se define como:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

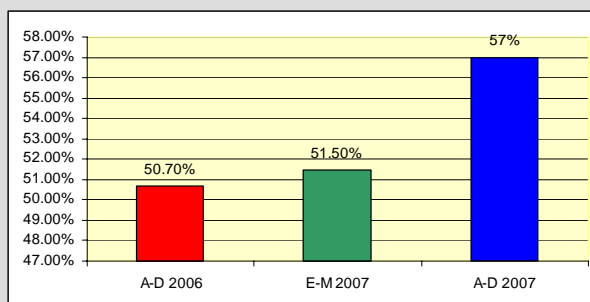
Con ésta definición se desarrollan las fórmulas básicas de derivación tales como el producto de una función potencia, constante por una función y suma de funciones.

De una manera análoga y recurriendo siempre al modelo físico del movimiento rectilíneo, mediante tabulaciones y gráficos se inducen las nociones de la antiderivada y la integral y con esto su aplicación al cálculo de longitudes de curvas, áreas bajo curvas y volúmenes de sólidos en revolución.

Finalmente se amplían a conceptos de derivadas e integrales a otras funciones: exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, etc. y sus aplicaciones en problemas diversos.

## RESULTADOS OBTENIDOS.

Ha habido notable mejoría cada vez mayor en los porcentajes de aprobación y una creciente aceptación del método desde que se implementó en el semestre agosto – diciembre del 2006 en las materias básicas de cálculo como puede apreciarse en la gráfica de abajo.



## COMENTARIOS ADICIONALES

Durante el proceso de implantación de esta metodología ha surgido la necesidad de tomar muy en cuenta dos aspectos críticos que se complementan para lograr los fines trazados:

### EL PROFESOR.

- **Dominio de los temas.** Para poder asegurar la calidad de la enseñanza, se ha implementado un examen de conocimientos para su acreditación en la enseñanza de matemáticas.
- **Didáctica de las matemáticas.** En una segunda etapa se proyecta poner a prueba al maestro en relación a su metodología didáctica.

## **EL ALUMNO.**

**Para la universidad, el problema del bajo rendimiento del alumno en las matemáticas durante su tránsito en la carrera se origina desde su ingreso a ésta.**

**Un dilema que el alumno ha afrontado con el método constructivista descrito en esta presentación, es que construye la función, pero debido a su deficiencia en las diferentes habilidades matemáticas (despeje, sustitución, desarrollo, factorización, etc.) es incapaz de utilizarla en otras aplicaciones.**

**Por ello, desde agosto del año pasado se ha iniciado la implementación de un taller de desarrollo de habilidades matemáticas centrado en la operación.**

**La deficiencia en la operación ha mostrado ser una de las causas principales de este problema ya que si el alumno no cuenta con las habilidades suficientes para manejar las herramientas matemáticas básicas como el álgebra y la trigonometría, no será capaz de salir exitoso en los programas en los que requiera hacer uso de estas disciplinas.**

**Este taller, centrado en la operación, actualmente se ha implementado con alumnos a nivel licenciatura y este año, en coordinación con un programa de tutorías, se inicia con alumnos especiales que no aprobaron el examen de admisión.**

**En una próxima fase se pretende extender el taller a las preparatorias de la región.**

# CONCLUSIONES

Existe una tendencia positiva en los índices de aprobación de los alumnos desde la implementación de este taller logrando además, unos alumnos mas motivados por el aprendizaje de las matemáticas.

Sin embargo, este taller por sí mismo no puede lograr metas satisfactorias con relación a la reducción de índices de reprobación, rezago y deserción.

Es indispensable además, evaluar al maestro tanto en su nivel de conocimientos como en su metodología didáctica, además que el alumno cuente con las habilidades matemáticas suficientes, ya que, ningún programa que requiera conocimientos en esta disciplina, por bien diseñado que esté, podrá tener éxito en su preparación de profesionistas si no cuenta con ellas.

